속동형 스프링클러헤드에 사용되는 용융합금형 감열체의 열전달과 반응시간지수

김진국 / 개발연구팀 선임연구원 공학박사

1. 서론

일반적으로 산업에서 발생하는 열전달은 시간에 따라서 변하는 비정상(unsteady) 또는 천이(transient) 문제이다. 예를 들어 금속판을 노(furnace)에서 꺼내어 저온의 공기 유동속에 노출시키면, 금속판의 표면에서 대류와 복사에 의하여 주위로 열전달이 일어나고, 금속내부에서 표면으로의 전도열전달도 발생하여, 금속의 각 위치에서의 온도는 정상상태에 도달할 때 까지 감소한다. 이러한 시간에 따라서 변하는 현상은 많은 산업현장에서 가열과 냉각 공정에서 일어나고 있다. 천이과정 중에 금속내부 온도분포의 시간에 따라서 변하는 특성을 구하기 위해서 적절한 열전달 방정식을 풀어야 한다. 그러나 이러한 방정식의 경우 종종 그 해를 구하기가 어렵기 때문에 가능한 간단한 방법을 선호하게 된다. 금속내부의 온도구배(temperature gradient)가 작은 경우에 적용될 수 있는 방법을 집중열용량법(the lumped capacitance method)이라고 하며, 속동형 용융합금형 감열체의 경우 그 두께가 매우 얇아서 집중열용량법으로 해결할 수 있을 것으로 판단되어 이러한 방법을 소개하고 예제를 통한 감열체의 작동시간 평가, 열손실을 고려한 감열체의 열전달관계식과 ISO에서 채택하고 있는 RTI관계식을 상세히 유도하였다.

2. 집중열용량법(the lumped capacitance method)

고체가 열적으로 갑자기 변하는 간단한 천이전도문제로써, 그림1과 같이 최초 T_i로 균일한 온도를 갖는 금속을 낮은 온도인 액체 속에 삽입하여 냉각시키는 경우를 고려한다. t=0 시간에서 냉각이 시작되어 시간이 경과함에 따라서 온도는 감소하여 최종적으로 액체의 온도가 된다. 이 때의 온도감소는 금속과 액체의 경계면에서 대류에 의하여 발생하는 것이다. 집중열용량법의 핵심은 천이과정동안에 금속내부의 온도는 공간적으로 균일한(uniform) 값을 가지고 시간에 따라서만 변한다는 가정이다. 즉 금속내부의 온도구배를 무시하는 것을 의미한다. Fourier의 전도법칙에 의하면 온도구배가 없으므로 열전도계수(thermal conductivity)가 무한대임을 의미하며, 이것은 현실적으로 불가능하다. 그러나 정확하게는 이러한 조건이 만족될 수는 없을지라도 주위와 금속간의 대류열전달저항에 비하여 전도열전달저항이 작으면 근사적으로 성립이 된다. 고체 내부의 온도구배를 무시하면 열전달 방정식을 전부 고려할 필요없이 고체의 열적인 평형만을 고려하면 아래와 같이 된다.

$$-\dot{E}_{out} = \dot{E}_{st}$$

$$-hA_s(T - T_\infty) = \rho c V \frac{dT}{dt}$$

온도차이 변수 θ를 도입하면

$$\theta = T - T_\infty$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{dT}{dt}$$

$$\frac{\rho Vc}{hA_s}\frac{d\theta}{dt} = -\theta$$

변수분리와 초기조건 ($\theta_i = T_i - T_\infty$)을 이용하여 적분하면

$$\frac{\rho Vc}{hA_s}\int_{\theta_i}^{\theta}\frac{d\theta}{\theta} = -\int_0^t dt$$

$$\frac{\rho Vc}{hA_s}\ln\frac{\theta_i}{\theta} = t \qquad \text{또는}$$

$$\frac{\theta}{\theta_i} = \frac{T - T_\infty}{T_i - T_\infty} = \exp\left[-\frac{hA_s}{\rho Vc}t\right] \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

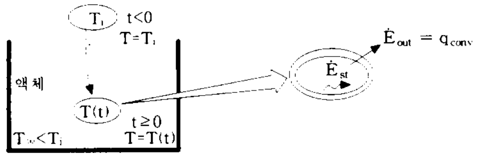

그림1 고온 금속의 냉각과정

위 식에서 고체와 액체의 온도차이가 지수적으로 감소하여, 시간이 무한대로 가면 θ=0가 되어 액체와 고체의 온도가 동일하게 된다. 여기서 Vc/hA_s가 클수록 온도변화가 감소하므로 열적인 시상수(thermal time constant)로 설명될 수 있다. 이 시상수는 다음과 같이 대류 열전달에 대한 저항(R_t)과 집중열용량(C_t)으로 표현될 수 있다.

$$\tau_t = \left(\frac{1}{hA_s}\right)(\rho Vc) = R_t C_t$$

R_t 또는 C_t가 증가하면 주위의 열적변화에 둔감하게 반응하며, 열적인 평형에 도달하는데 많은 시간이 소요된다. 따라서 속동형 스프링클러헤드를 만들기 위해서는 R_t 와 C_t가 작은 감열체를 제작하여야 한다

3. 집중열용량법 적용 가능성 평가기준

앞 절의 결과를 보면 집중열용량법을 사용하는 것을 매우 선호하는 이유를 쉽게 알 수 있다. 이 방법은 천이전도 문제를 해결하는데 가장 간단하고, 편리한 방법이다. 따라서 어떠한 조건에서 만족할만한 정확도로 위의 방법을 적용할 수 있는지 확인하는 것은 중요하다. 적절한 판단기준을 만들기 위하여 그림2와 같이 면적 A를 가지는 평판 벽에서의 전도문제를 고려해 보기로 한다.

한 쪽면이 온도 $T_{s,1}$로 유지되고, 반대쪽 면은 온도 T_∞ ($<T_{s,1}$)인 유체에 노출시킨다. 노출된 면은 T_∞와 $T_{s,1}$사이의 온도를 가질 것이다. 정상상태에 도달하였을 때 표면에서의 에너지 평형에 의하여 아래와 같은 방정식을 만족할 것이다.

$$\frac{kA}{L}(T_{s,1} - T_{s,2}) = hA(T_{s,2} - T_\infty)$$

여기서 k는 고체의 전도계수이다. 이것을 다시 정리하면 아래와 같이 된다.

$$\frac{T_{s,1} - T_{s,2}}{T_{s,1} - T_\infty} = \frac{(L/kA)}{(1/hA)} = \frac{R_{cond}}{R_{conv}} = \frac{hL}{k} \equiv Bi$$

hL/k은 무차원 변수로 Biot number라고 불리우며, 표면전도문제를 다룰 때 기초적인 역할을 한다. 위의 식과 그림2에 의하면 Bi수는 표면과 유체사이의 온도차이에 대한 상대적인 고체 내의 온도 차이를 나타낸다. 특히 Bi≪1인 경우를 보면 고체 내의 온도는 상당히 균일한 분포를 보여준다. 따라서 Bi≪1이면 고체내의 전도에 대한 저항이 유체 경계면에서의 대류에 대한 저항에 비하여 상당히 작게 되어 고체내의 균일한 온도분포의 가정이 합리적이게 된다.

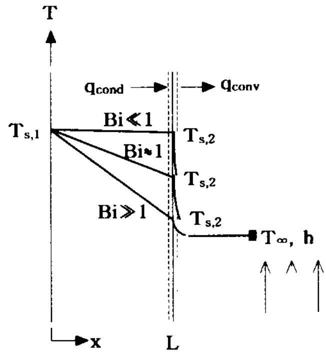

그림2 표면전도를 하는 평판에서의 정상상태의 온도분포에 미치는 Bi 수의 효과

스프링클러의 감열체와 같은 평판의 양면에서 유체에 의하여 냉각되는 현상을 고려하면, 최초에는 균일한 온도,T_i의 상태에서 대류에 의한 냉각이 시작된다. 표면적의 크기에 비하여 두께가 얇은 경우 1차원적으로 해석을 할 수 있으며, 평판의 위치와 시간에 대한 온도,T(x,t)에 관심을 둔다. 이 온도는 Bi수에 크게 영향을 받게 되는데 그림3에서 3가지 조건에 대하여 나타내었다. Bi≪1인 경우에 고체내의 온도구배는 매우 작기 때문에 고체 내부의 온도,T(x,t)=T(t)로 표현할 수 있어, 사실상 온도차이는 유체와 고체에 대한 것이고, 고체온도가 T로 감소하면서도 내부의 온도는 균일하다고 할 수 있다. Bi가 중간에서 큰 값을 가지는 경우 고체 내부의 온도구배는 상당하여 내부온도는 시간과 위치의 함수로 표현되어야 한다. Bi≪1인 경우 고체 단면의 온도차는 고체와 유체간의 온도차이 보다 상당히 작음을 주목해야 한다.

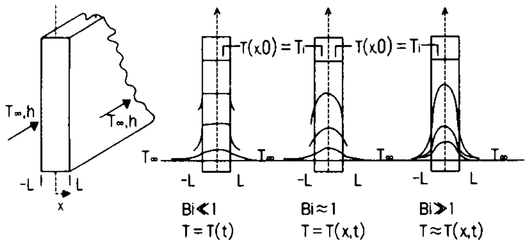

그림3 대류에 의하여 대칭적으로 냉각되는 평판에서 다른 Bi수에 대한 천이 온도 분포

결과적으로 감열체의 파열과 같은 천이전도문제를 해결할 때는 우선적으로 Bi수를 계산해야 하고 아래의 조건을 만족하는 경우 집중열용량법의 적용에 따른 오차는 작다고 볼 수 있다.

$$Bi = \frac{hL_c}{k} < 0.1$$

위 식의 특성길이(characteristic length) Lc는 편의상 아래와 같이 표면적에 대한 고체의 체적비로써 정의하는 것이 일반적이다.

$$L_c \equiv V/A_s$$

위 정의를 사용하는 경우는 복잡한 형상을 가진 경우에 한하여 적용되고, 평판의 경우는 두께(2L)의 절반(L)으로, 긴 실린더의 경우는 반경의 절반($r_o/2$)으로, 구인 경우는 반경의 삼분의 일($r_o/3$)로 정의한다. 보수적인 입장에서 평가하고자 할 경우에는 온도차가 최대가 되는 길이를 선택하게 되는데, 평판의 경우는 L, 구와 긴 실린더인 경우 r_o를 사용한다. 위의 특성길이를 정리하면 아래와 같다.

	평가입장	평판	긴 실린더	구
		두께, 2L	반경, r_o	반경, r_o
특성길이Lc	보통	L	$r_o/2$	$r_o/3$
	보수적	L	r_o	r_o

식(1)의 우변 항에 $L_c=V/A_s$ 를 대입하여 정리하면

$$\frac{hA_st}{\rho Vc} = \frac{ht}{\rho cL_c} = \frac{hL_c}{k}\frac{k}{\rho c}\frac{t}{L_c^2} = \frac{hL_c}{k}\frac{\alpha t}{L_c^2} = B$$
$$= Bi \cdot Fo$$

여기서 Fo는 무차원시간으로 Fourier수라고 불리운다.

따라서 식(1)은 아래와 같이 두 개의 무차원수의 함수로 표현된다.

$$\frac{\theta}{\theta_i} = \frac{T-T_\infty}{T_i-T_\infty} = \exp(-Bi \cdot Fo)$$

4. 용융합금형 감열체의 집중열용량법 적용 가능성 평가 예

속동형(fast response) 감도시험의 기류를 기준으로 계산을 수행한다. 감열체의 크기는 한변의 길이가 2cm이고 두께가 0.3mm이다. 열기류 속도 및 온도는 1.8m/s, 135℃이고, 주위온도는 20℃이다. 감열체에 사용되는 열물성치(thermophysical property)는 300K의 인청동(phospher gear bronze)의 값을 사용하였다.

열 물 성 치	
인청동 [300K기준]	공기 [300K기준]
ρ= 8780 kg/m³	ρ= 0.8711 kg/m³
C_P= 355 J/kg/·K	C_P= 1.014 J/kg/·K
K_P= 54 W/m·K	K_P= 0.69
α= 17×10⁻⁶m²/s	v= 26.41×10⁻⁶m²/s

집중열용량법의 적용판단 기준은 앞에서 언급한 바와 같이 아래와 같다.

$$Bi = \frac{hL_c}{k} < 0.1$$

여기서 Lc 와 k는 감열체의 두께의 절반과 금속의 열전도계수를 사용하면 되지만 열전도계수인 h는 유동의 함수이므로 계산을 해야한다. 평판에서 층류의 열전달 특성을 나타내는 무차원수인 Nu수는 아래와 같이 표현된다.

$$\overline{Nu_L} = \frac{\overline{h_L} \cdot L}{k_a} = 0.664 Re_L^{1/2} Pr^{1/3}$$

여기서 Pr은 Prandtl 수이고, Re는 Reynolds 수로써 평판의 길이방향의 길이(L)와 주위 공기유동의 속도와 동점성계수를 기준으로 한다.

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} = 0.69$$

그러므로 속동형 감열체의 경우 집중열용량법을 적용할 수 있다.

$$Re_L = \frac{u_\infty L}{\nu_\infty} = \frac{1.8x0.02}{26.41x10^{-6}} = 1400$$

$$\overline{Nu_L} = \frac{\overline{h_L} \cdot L}{k_a} = 0.664 \cdot 1400^{1/2} 0.69^{1/3} = 21.95$$

$$\overline{h_L} = \overline{Nu_L}\,\frac{k_a}{L} = 21.95x\frac{33.8x10^{-3}}{0.02} \approx 37.1\ [w/m^2 \cdot K]$$

$$Bi = \frac{\overline{h_L}L_c}{k} = 37.1x\frac{0.00015}{54} \fallingdotseq 1x10^{-4} < 0.1$$

5. 집중열용량법에 의한 감열체 작동시간 예측

집중열용량법에 의한 감열체의 온도는 아래 식을 이용하여 평가할 수 있다.

$$\frac{\theta}{\theta_i} = \frac{T - T_\infty}{T_i - T_\infty} = \exp(-Bi \cdot F_o)$$

$$F_o = \frac{\alpha \tau_{op}}{L_c^2}$$

$$\tau_{op} = \frac{L_c^2}{\alpha} \ln\left(\frac{T_i - T_\infty}{T_{op} - T_\infty}\right) / Bi$$

앞 절에서 $Bi=1x10^{-4}$ 이고, 작동온도 $T_{op}=72℃$, 주위온도 $Ti=20℃$, 열확산계수 $a=17x10^{-6}$, 특성길이 $Lc=0.15x10^{-3}$이다. 그러므로

$$\tau_{op} = \frac{(0.15x10^{-3})^2}{17x10^{-6}} \ln\left(\frac{20-135}{72-135}\right) / 1x10^{-4} \fallingdotseq 8.0 \text{ 초}$$

6. 감열체의 열전달 방정식과 ISO의 반응시간 지수(RTI)

화재에 의한 스프링클러의 작동기구를 간단히 살펴보면, 아래 그림과 같이 화재에 의하여 발생한 열기류에 의하여 스프링클러의 감열체에 열이 전달되는데 일부는 후레임을 통한 열손실로 빠져나가고, 나머지는 감열체의 온도를 높이는데 사용된다.

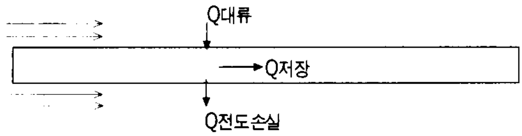

그림1 스프링클러의 작동 기구

위와 같은 실제 감열체는 전도에 의한 열손실이 있으며, 아래와 같이 열손실이 포함된 방정식으로 표현된다.

$$mc\frac{dT_e}{dt} = hA(T_g - T_e) - C'(T_e - T_f) \quad \cdots\cdots (1)$$

heat transfer rate convection conduction

m : 감열체의 질량

c : 열용량 (heat capacity)

h : 열전달 계수 (heat transfer coefficient)

A : 감열체의 표면적

Tg : 기류의 온도

Te : 감열체의 온도

Tf : 스프링클러 마운트의 온도, 시험초기에는 주위온도(Ti)와 같다.

C' : 전도 인자 (conductance parameter)

감열체는 부피에 비하여 면적이 상당히 넓기 때문에 집중열용량법을 적용할 수 있으므로 감열체는 위치에 관계없이 균일한 온도(uniform temperature)를 가진다.

(1)식의 양변을 mc로 나누면

$$\frac{dT_e}{dt} = \frac{hA}{mc}(T_g - T_e) - \frac{C'}{mc}(T_e - T_f) \text{ 로 되고}$$

감열체의 감도특성을 열적시상수인 τ로 표현할 경우 열기류의 속도에 따라서 열전도계수 h 가 변하여 τ값이 달라지므로 일정한 특성치로 표현할 수가 없다. 열적시상수에서 열기류 유속의 효과를 제거하기 위한 방법이 요구되므로 열전달 특성을 먼저 살펴보기로 한다. 층류유동인 경우 평판에 대하여 열전달을 나타내는 무차원수인 Nu수는 아래와 같이 표현된다.

$$\overline{Nu_L} = \frac{h_L \cdot L}{k_a} = 0.664 Re_L^{1/2} Pr^{1/3}$$

따라서 $\overline{h_L} \sim Re_L \sim u^{1/2}$ 의 관계를 가지므로 열적시상수에 $u^{1/2}$를 곱하여 반응시간지수로 나타낸다.

$$\frac{hA}{mc} = \frac{1}{\tau}, RTI = \tau u^{0.5}, C = \frac{C'RTI}{mc} \text{ 라고 두면}$$

$$\frac{dT_e}{dt} = \frac{u^{0.5}}{RTI}(T_g - T_e) - \frac{C}{RTI}(T_e - T_f) \quad \cdots\cdots (2)$$

(2)식을 T_e에 대하여 정리하면

$$\frac{dT_e}{dt} = \frac{1}{RTI}(u^{0.5}T_g + CT_f) - \frac{1}{RTI}(u^{0.5} + C)T_e \quad \cdots\cdots (3)$$

$$\frac{1}{RTI}(u^{0.5}T_g + CT_f) = A$$

$$1 + \frac{C}{u^{0.5}} = \frac{1}{k}$$

$$\frac{1}{RTI}(u^{0.5} + C) = \frac{u^{0.5}}{RTI}(1 + \frac{C}{u^{0.5}}) = \frac{u^{0.5}}{k \cdot RTI} = B$$

라고 두면

$$\frac{dT_e}{dt} = A - BT_e \quad \cdots\cdots (4)$$

속동형의 감열체의 경우 후레임에 비하여 열용량이 상당히 적으므로, T_f는 시험 기간동안 일정하다고 취급할 수 있으며, 기류의 온도(T_g) 및 속도(u)는 일정하다. 따

라서 A, B 는 상수로 취급 가능하다.

(4)에서 A-BTe=X로 변수를 치환하게 되면

-B·dTe=dX 로 되고, 다시 쓰면 dTe=-dX/B로 된다.

이것을 (4)에 대입하면

$$\frac{dX}{dt} = -BX \text{ 로 되고}$$

$$\frac{dX}{X} = -B\,dt \text{ 로 다시 쓰고 적분하면}$$

$$\ln X)_{X_0}^{X_t} = -Bt)_0^t \text{ 가 된다.}$$

$X_0 = A-BT_i$ (T_i는 감열체와 후레임의 초기온도)

$X_t = A-BT_e$

$T_e = T_e(t)$

위의 세 조건을 대입하면

$$\therefore \ln\left(\frac{A-BT_e}{A-BT_i}\right) = -Bt$$

$$A-BT_e = (A-BT_i)e^{-Bt} \quad \cdots\cdots (5)$$

(3)식을 이용하면

$$A-BT_e = \frac{u^{0.5}}{RTI}(T_g-T_e) - \frac{C}{RTI}(T_e-T_f)$$

$$A-BT_i = \frac{u^{0.5}}{RTI}(T_g-T_i) - \frac{C}{RTI}(T_i-T_f)$$

$$= \frac{u^{0.5}}{RTI}(T_g-T_i) \quad (\because T_i = T_f)$$

(5)식은 아래와 같이 표현된다.

$$\frac{u^{0.5}}{RTI}(T_g-T_e) - \frac{C}{RTI}(T_e-T_f)$$

$$= \frac{u^{0.5}}{RTI}(T_g-T_i)e^{-Bt} \quad \cdots\cdots (6)$$

(6)×$\frac{RTI}{u^{0.5}}$ 와 $T_g-T_e = (T_g-T_i)-(T_e-T_i)$

을 적용하면

$$(T_g-T_i)-(T_e-T_i) - \frac{C}{u^{0.5}}(T_e-T_i)$$

$$= \frac{u^{0.5}}{RTI}(T_g-T_i)e^{-Bt} \quad \cdots\cdots (7)$$

(7) /(T_g - T_i) ;

$$1-\left(1+\frac{C}{u^{0.5}}\right)\frac{T_e-T_i}{T_g-T_i} = e^{-Bt}$$

양변에 로그를 취하고

$$1+\frac{C}{u^{0.5}} = \frac{1}{k},\ B = \frac{u^{0.5}}{k\cdot RTI} \text{ 를 대입하면}$$

$$-\frac{u^{0.5}t}{k\cdot RTI} = \ln\left(1-\frac{T_e-T_i}{k(T_g-T_i)}\right)$$

$$RTI = \frac{-u^{0.5}t}{\ln\left(1-\frac{T_e-T_i}{k(T_g-T_i)}\right)}\cdot\frac{1}{k}$$

$$\therefore RTI = \frac{-t_r u^{0.5}}{\ln\left(1-\Delta T_{ea}(1+\frac{C}{u^{0.5}})/\Delta T_g\right)}(1+\frac{C}{u^{0.5}})$$

여기서 $\Delta T_g = T_g - T_i$, $\Delta T_{ea} = T_{nom} - T_i$

t_r은 감열체가 파괴될 때까지의 경과시간[초] 즉 반응시간이다.

RTI의 관계식 (23)에서

$$1-\left(1+\frac{C}{u^{0.5}}\right)\frac{T_e-T_i}{T_g-T_i} = e^{-\frac{u^{0.5}}{k\cdot RTI}t}$$

연장플런지 시험에서의 작동시간이 플런지시험에서의 작동시간에 비하여 충분히 길기 때문에

$$\lim_{t\to\infty} e^{-\frac{u^{0.5}}{k\cdot RTI}t} = 0 \text{ 관계를 적용하면 아래와 같이 된다.}$$

$$\left(1+\frac{C}{u^{0.5}}\right)\frac{T_{nom}-T_i}{T_g-T_i} = 1$$

$$\therefore C = \left(\frac{T_g-T_i}{T_{nom}-T_i}-1\right)u^{0.5}$$

$$= \left(\frac{\Delta T_g}{\Delta T_{ea}}-1\right)u^{0.5}$$

7. 맺는말

화재는 시간 자승에 비례하여 성장하는 특성이 있으므로, 스프링클러헤드가 조기에 작동할수록 상대적으로 더 작은 화재에 대하여 살수하게 된다. 그러므로 스프링클러의 조기작동여부가 화재를 제어 또는 진압의 성공여부를 결정짓는 중요한 요소가 된다. 화재에서 생성된 열기류에 의하여 감열체의 파괴됨으로써 스프링클러헤드가 작동하므로, 감열체의 열전달에 대하여 이해하는 것은 중요하다고 할 수 있다. 본고에서는 감열체의 열전달 특성 해석에 사용되는 집중열용량법에 대하여 상세히 기술하였으며, 열손실을 고려한 감열체의 열적반응성능을 나타내는 ISO 반응시간지수 관련식을 유도하였다. 스프링클러의 감열체에 관심있는 분들에게 도움이 되었으면 한다.